Nel nostro *kit* didattico

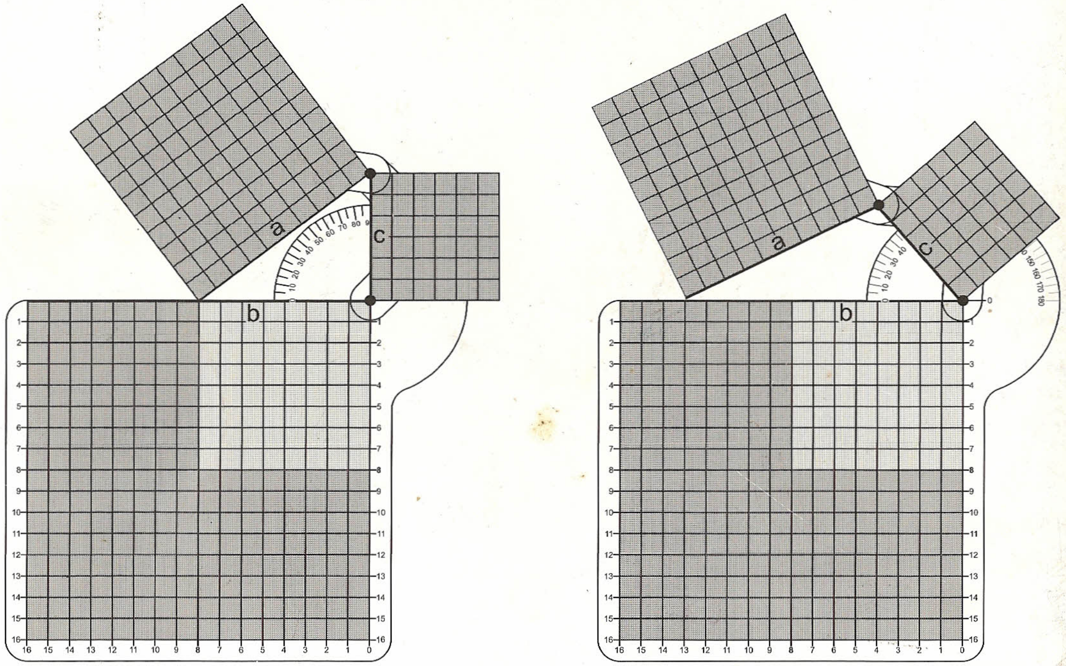
abbiamo inserito anche una piccola "macchina" utile a prendere visione immediata del fatto che il teorema di Pitagora si dimostra solo quando il triangolo è retto. Infatti triangoli di lati **a,b,c** non rettangoli non verificano la relazione del teorema di Pitagora.

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Detto α l'angolo tra i lati **b** e **c**, misurabile con il goniometro incluso nel kit, i quadrati dei tre lati verificano la relazione corretta

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos\alpha$$

detta teorema di Carnot (Lazare Carnot, 1753-1823) o del coseno.
L'addendo **$2\,bc\cos\alpha$** può essere calcolato, noto α, servendosi di una calcolatrice che produca i valori della funzione trigonometrica coseno. Se ne deduce, quindi, che il teorema di Pitagora è un caso particolare del teorema di Carnot per $\alpha = 90°$, $\cos\alpha = 0$.



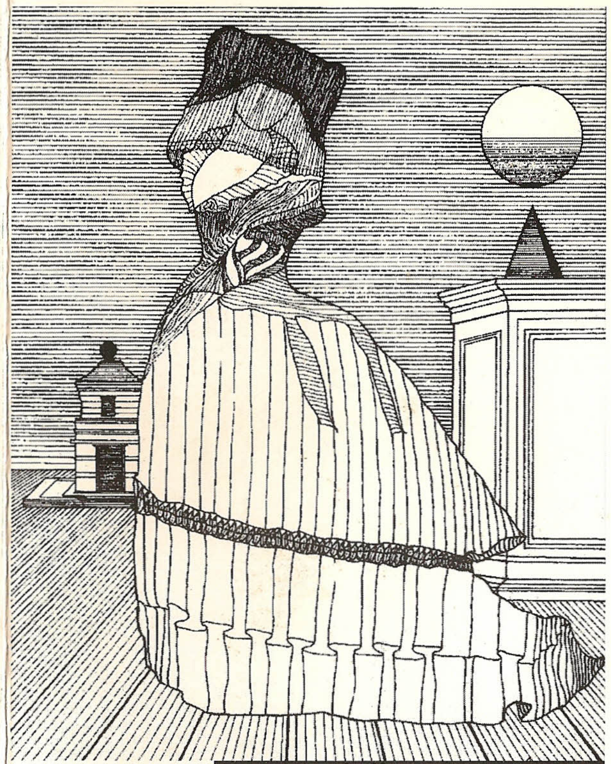
Per saperne di più sul teorema e per "dimostrarlo" con grandi *exhibit* interattivi, vi aspettiamo tutti al Museo della Matematica del Comune di Roma **"I Racconti di Numeria"**: sarete i benvenuti.
Per prenotare una visita: 0658331022 (segr. 24/24h)
www2.comune.roma.it/museomatematica/

Wilma Di Palma
Responsabile
Museo della Matematica del Comune di Roma
"I Racconti di Numeria"

Comune di Roma

Assessorato alle Politiche Culturali
Sovraintendenza ai Beni Culturali
Musei Scientifici

Kit per la dimostrazione del teorema di Pitagora con il teorema di Carnot



Museo della Matematica

I "Racconti di Numeria"

Il teorema di Pitagora[1]

Senza i concetti, i metodi e i risultati scoperti e sviluppati dalle precedenti generazioni giù giù fino all'antichità greca non si possono comprendere né le tendenze né le realizzazioni della matematica degli ultimi cinquant'anni

Hermann Weyl

Pitagora

Nacque a Samo intorno al 570 a.C. Già adulto - verso il 530 - decise di trasferirsi in Magna Grecia e precisamente a Crotone, dove fondò una Scuola che ebbe un notevole peso nella vita civile, politica e culturale della città. La Scuola pitagorica era organizzata in modo molto severo ed il tirocinio degli allievi era lungo e difficoltoso ma - fatto davvero eccezionale per quei tempi - non si facevano distinzione né di censo né di sesso tra gli studenti.

Potremmo dire con Proclo che Pitagora trasformò lo studio della geometria in un'arte liberale, esaminando i principi di questa scienza dai fondamenti e mettendo alla prova i teoremi in modo immateriale ed intellettuale. Con Pitagora nacque, dunque, la "nostra" matematica moderna o perlomeno quella immutata necessità di astrazione e dimostrazione che a tutt'oggi la contraddistingue dalle altre discipline scientifiche.

La dottrina pitagorica di basava su di un'idea fondamentale: i numeri sono il principio di tutte le cose.

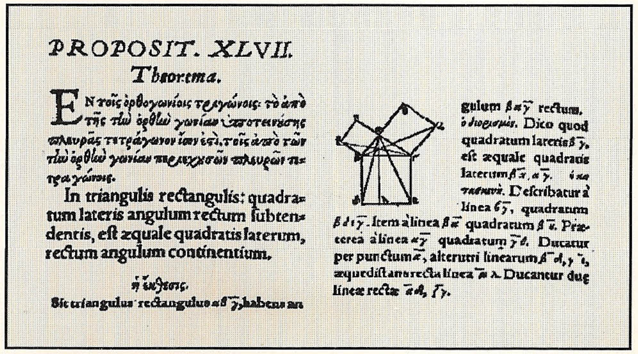
I numeri erano intesi sempre come numeri interi , "punti-unità" dal cui contrasto tra pari e dispari hanno origine tutte le dualità del mondo. Questa caratteristica di discontinuità generò la prima crisi dei fondamenti della matematica quando si scoprì l'incommensurabilità di alcune grandezze geometriche prima tra tutte il lato e la diagonale di un quadrato di misura 1.

Pitagora morì intorno al 497 a.C. ma la sua Scuola ebbe vita lunga: fu una studiosa di matematica donna, Ipathia di Alessandria, ad esserne l'ultima responsabile, prima che fosse definitivamente chiusa nel 415 d.C.

Il teorema di Pitagora

I più antichi testi greci in cui si enuncia e si dimostra il nostro teorema sono:

- un passo del dialogo platonico *Menone* che contiene la dimostrazione del teorema nel caso del triangolo rettangolo isoscele
- un frammento sulla quadratura delle lunule di Ippocrate di Chio
- le proposizioni degli *Elementi* di Euclide I,47 e 48 e VI, 31 che danno rispettivamente la dimostrazione generale del teorema e del suo inverso e poi la generalizzazione al caso di figure poligonali simili costruite sui lati di un triangolo rettangolo.



PROPOSIT. XLVII.

Theorema.

Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις.

In triangulis rectangulis: quadratum lateris angulum rectum subtendentis, est æquale quadratis laterum, rectum angulum continentium.

ἡ ἔκθεσις.

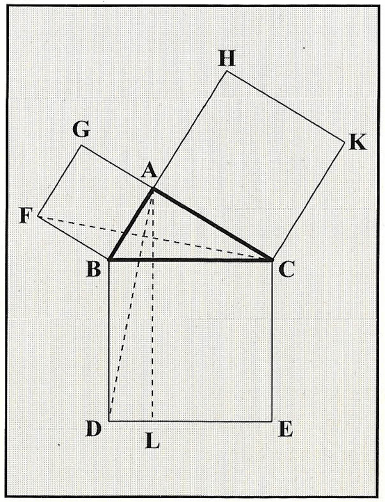
Sit triangulus rectangulus αβγ, habens angulum βαγ rectum. ὁ διορισμός. Dico quod quadratum lateris βγ, est æquale quadratis laterum βα, αγ. ἡ κατασκευή. Describatur à linea βγ, quadratum βδεγ. Item à linea βα quadratum βη. Præterea à linea αγ quadratum γθ. Ducatur per punctum α, alterutri linearum βδ, γε, æquedistans recta linea αλ. Ducantur duæ lineæ rectæ αδ, ζγ.

La proposizione I.47 dall'edizione degli Elementi del 1566 conservata presso la State University dell'Ohio.

Descriviamo questo teorema con le parole stesse di Euclide (F. Enriques *Gli Elementi di Euclide e la critica antica e moderna*, Zanichelli Bologna)

"Sia ABC un triangolo rettangolo avente l'angolo retto BAC. Dico che il quadrato costruito su BC è uguale alla somma dei quadrati costruiti su su BA, AC."

Dimostrazione



"Si descriva, infatti, su BC il quadrato BDEC; su BA, AC si descrivano i quadrati GB,HC; per A si conduca la parallela AL a ognuna delle BD,CE e si congiunga A con D e F con C. Poichè ognuno degli angoli BAC, BAG è retto su una retta BA, ed in un suo punto A, le rette AC, AG, non giacenti dalla stessa parte, fanno angoli adiacenti uguali a due retti; per la stessa ragione BA è per diritto alla AH. E poiché l'angolo DBC è uguale a FBA, perché ognuno è retto, si aggiunga ABC, comune. Così, tutto DBA è uguale a tutto FBC. E poiché BD è uguale a BC, e FB a BA, i due segmenti DB, BA sono rispettivamente uguali a FB e BC e l'angolo DBA è uguale all'angolo FBC. Dunque la base AD è uguale alla base FC e il triangolo ABD è uguale al triangolo FBC.

Ma il parallelogramma BL è doppio del triangolo ABD: infatti essi hanno la stessa base e sono tra le stesse parallele BD, AL. Inoltre il quadrato GB è doppio del triangolo FBC: infatti, essi hanno la stessa base FB e sono tra le stesse parallele FB,GC. Dunque il parallelogramma BL è uguale al quadrato GB. Similmente condotte le AE, BK, si dimostrerà anche che il parallelogramma CL è uguale al quadrato HC. Dunque tutto il quadrato BDEC è uguale alla somma dei quadrati GB, HC. Ma il quadrato BDEC è desritto su BC, e GB, HC su AB, AC.

Dunque il quadrato del lato BC è uguale alla somma dei quadrati che sono costruiti sui lati BA, AC.

Come dovevasi dimostrare."

Per chi voglia approfondire o trovare delle versioni commentate di questa dimostrazione consigliamo i seguenti testi:

W.Dunham, *Viaggio attraverso il genio*, Zanichelli, Bologna
I. Ghersi, *Matematica dilettevole e curiosa*, Hoepli , Milano
P. Odifreddi, *Variazioni su un tema pitagorico*, Le Scienze, aprile 2004

---

1 *Questo kit sul teorema di Pitagora contiene elementi interattivi che possono essere agevolmente usati come laboratorio di approfondimento preso le Scuole dopo che hanno visitato il Museo della Matematica del Comune di Roma "I Racconti di Numeria".*

Il progetto è stato finanziato dal MIUR e lo dedichiamo alla memoria del Professor Enzo Lombardo che lo ideò e fortemente lo volle.