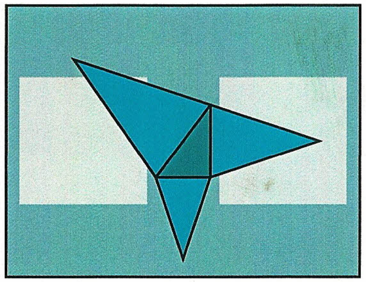
Nel nostro *kit* didattico

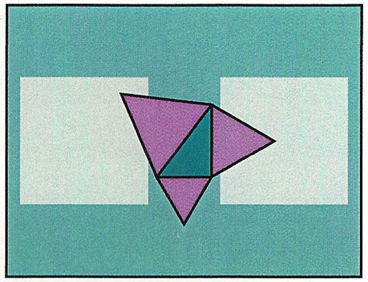
abbiamo scelto di verificare la validità del teorema con l'esagono, il rettangolo, il triangolo, e per i semicerchi.



1

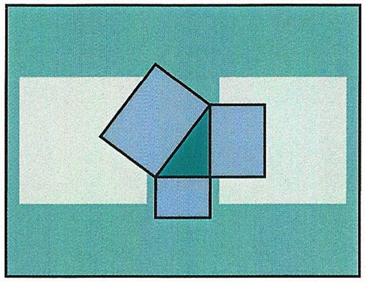
triangoli isosceli con uguale rapporto tra base ed altezza

$h=\frac{3}{2}l$



4

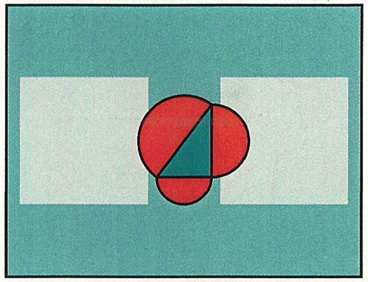
triangoli equilateri



2

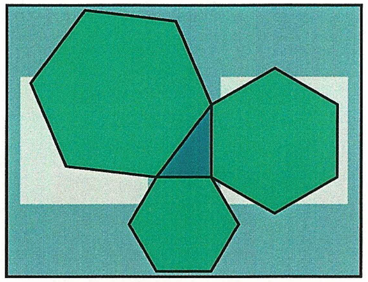
rettangoli con uguale rapporto tra base ed altezza

$h=\frac{3}{4}l$



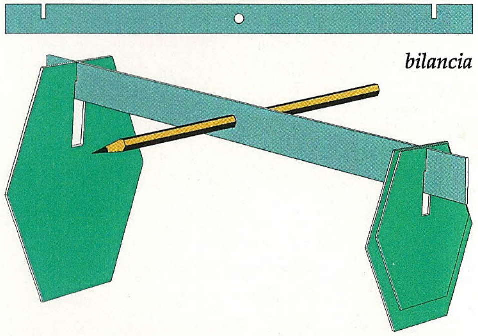
5

semicerchi



3

esagoni



bilancia

Un altro modo per riconfermare la validità del teorema è constatare che le figure costruite sui cateti e quella costruita sull'ipotenusa hanno lo stesso peso. Abbiamo messo una piccola "bilancia" nel kit, proprio per sperimentare quanto appena detto. Usarla é semplice: basta inserire una matita nel foro centrale dell' asticella" bilancia" ed attaccare con un filo le figure agli estremi dell'asticella stessa e verificare che la bilancia rimane in equilibrio. Nel caso degli esagoni abbiamo già predisposto un'asola a questo scopo.

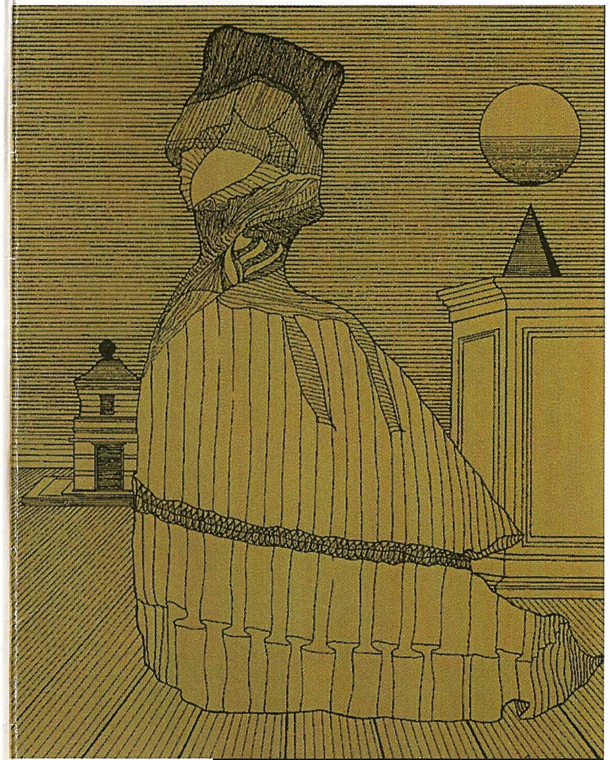
Per saperne di più sul teorema e per "dimostrarlo" con grandi *exhibit* interattivi, vi aspettiamo tutti al Museo della Matematica del Comune di Roma **"I Racconti di Numeria"**: sarete i benvenuti.
Per prenotare una visita: 0658331022 (segr. 24/24h)
www2.comune.roma.it/museomatematica/

Wilma Di Palma
Responsabile
Museo della Matematica del Comune di Roma
"I Racconti di Numeria"

Comune di Roma

Assessorato alle Politiche Culturali
Sovraintendenza ai Beni Culturali
Musei Scientifici

Kit per la dimostrazione del teorema di Pitagora



Museo della Matematica

I "Racconti di Numeria"

Il teorema di Pitagora[1]

Senza i concetti, i metodi e i risultati scoperti e sviluppati dalle precedenti generazioni giù giù fino all'antichità greca non si possono comprendere né le tendenze né le realizzazioni della matematica degli ultimi cinquant'anni

Hermann Weyl

Pitagora

Nacque a Samo intorno al 570 a.C. Già adulto - verso il 530 - decise di trasferirsi in Magna Grecia e precisamente a Crotone, dove fondò una Scuola che ebbe un notevole peso nella vita civile, politica e culturale della città. La Scuola pitagorica era organizzata in modo molto severo ed il tirocinio degli allievi era lungo e difficoltoso ma - fatto davvero eccezionale per quei tempi - non si facevano distinzione né di censo né di sesso tra gli studenti.

Potremmo dire con Proclo che Pitagora trasformò lo studio della geometria in un'arte liberale, esaminando i principi di questa scienza dai fondamenti e mettendo alla prova i teoremi in modo immateriale ed intellettuale. Con Pitagora nacque, dunque, la "nostra" matematica moderna o perlomeno quella immutata necessità di astrazione e dimostrazione che a tutt'oggi la contraddistingue dalle altre discipline scientifiche.

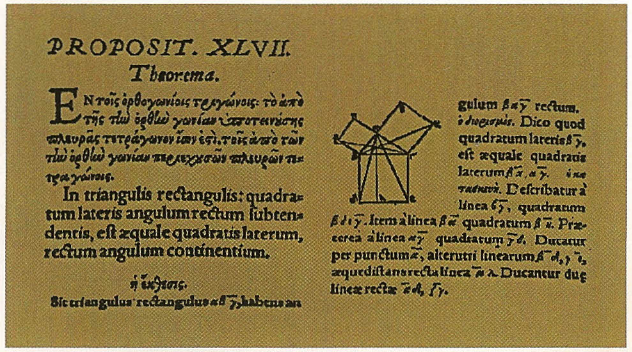
La dottrina pitagorica di basava su di un'idea fondamentale: i numeri sono il principio di tutte le cose.

I numeri erano intesi sempre come numeri interi , "punti-unità" dal cui contrasto tra pari e dispari hanno origine tutte le dualità del mondo. Questa caratteristica di discontinuità generò la prima crisi dei fondamenti della matematica quando si scoprì l'incommensurabilità di alcune grandezze geometriche prima tra tutte il lato e la diagonale di un quadrato di misura 1.

Pitagora morì intorno al 497 a.C. ma la sua Scuola ebbe vita lunga: fu una studiosa di matematica donna, Ipathia di Alessandria, ad esserne l'ultima responsabile, prima che fosse definitivamente chiusa nel 415 d.C.

Il teorema di Pitagora

I più antichi testi greci in cui si enuncia e si dimostra il nostro teorema sono:
- un passo del dialogo platonico *Menone* che contiene la dimostrazione del teorema nel caso del triangolo rettangolo isoscele
- un frammento sulla quadratura delle lunule di Ippocrate di Chio
- le proposizioni degli *Elementi* di Euclide I,47 e 48 e VI, 31 che danno rispettivamente la dimostrazione generale del teorema e del suo inverso e poi la generalizzazione al caso di figure poligonali simili costruite sui lati di un triangolo rettangolo.



PROPOSIT. XLVII.

Theorema.

Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις.

In triangulis rectangulis; quadratum lateris angulum rectum subtendentis, est æquale quadratis laterum, rectum angulum continentium.

ἡ ἔκθεσις.

Sit triangulus rectangulus αβγ, habens angulum βαγ rectum. ὁ διορισμός. Dico quod quadratum lateris βγ, est æquale quadratis laterum βα, αγ. ἡ κατασκευή. Describatur à linea βγ, quadratum βδεγ. Item à linea βα quadratum βη. Præterea à linea αγ quadratum γθ. Ducatur per punctum α, alterutri linearum βδ, γε, æquedistans recta linea αλ. Ducantur duę lineæ rectæ αδ, ζγ.

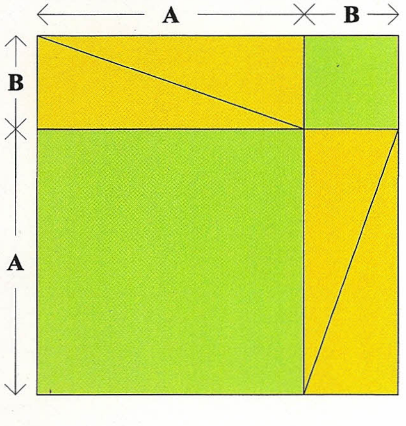
La proposizione I.47 dall'edizione degli Elementi del 1566 conservata presso la State University dell'Ohio.

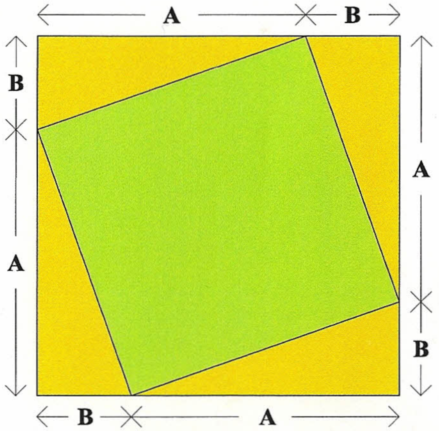
Cosa dice dunque questo teorema?

In un triangolo rettangolo la somma dei quadrati costruiti sui cateti è equivalente al quadrato costruito sull'ipotenusa.

La prima dimostrazione generale di questo teorema che noi conosciamo è quella di Euclide, ma come lo avrà dimostrato Pitagora?

Sappiamo con certezza che già molti secoli prima di Pitagora, in Egitto, in Caldea ed in Cina erano ben noti alcuni esempi di triangoli rettangoli particolari sui quali si poteva controllare empiricamente la relazione espressa dal nostro teorema, ma queste "ricette" non avevano alcuna pretesa di universalità proprio come richiesto in un vero teorema. Considerando, dunque, le cognizioni matematiche che poteva avere Pitagora, alcuni studiosi hanno ipotizzato che la seguente dimostrazione potesse essere proprio quella originale. E' per questo che l'abbiamo inserita nel nostro kit didattico.





La prima figura è il quadrato di lato A+B diviso in varie parti: un quadrato di lato A, uno di lato B, due rettangoli di lati A e B. Dividendo in due con le diagonali ciascuno dei due rettangoli otteniamo quattro triangoli rettangoli i cui cateti sono proprio i lati A e B. Nella seconda figura prendiamo lo stesso quadrato ma lo scomponiamo in modo diverso. Anche in questo caso abbiamo quattro triangoli rettangoli con cateti A e B. Le due figure sono due quadrati uguali di lato A+B: se da essi togliamo la stessa area - quella dei quattro triangoli rettangoli con cateti A e B - le parti che restano avranno ancora aree uguali. Nella prima figura restano i quadrati dei cateti A e B, nella seconda figura il quadrato dell'ipotenusa; se ne deduce, quindi, che la somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti è la stessa del quadrato costruito sull'ipotenusa, proprio come volevamo dimostrare.

Il teorema è valido anche per le figure regolari e per quelle simili. Infatti come ci dice Euclide negli *Elementi* Libro VI proposizione 31 *"nei triangoli rettangoli, ogni poligono costruito sul lato opposto all'angolo retto, è uguale alla somma dei poligoni, simili e similmente posti, costruiti su gli altri due lati".*

---

1 *Questo kit sul teorema di Pitagora contiene elementi interattivi che possono essere agevolmente usati come laboratorio di approfondimento preso le Scuole dopo che hanno visitato il Museo della Matematica del Comune di Roma "I Racconti di Numeria".*
Il progetto è stato finanziato dal MIUR e lo dedichiamo alla memoria del Professor Enzo Lombardo che lo ideò e fortemente lo volle.